Resolver el sistema de ecuaciones de tres incógnitas usando el método de gauss jordan

Solución del ejercicio

Ya es sabido que la solución de un problema de ecuaciones puede llevarse a cabo a través de diferentes formas: el uso de matrices facilita este proceso. La solución de ecuaciones a través del algebra de matrices se realiza gracias a la implementación de ecuaciones matriciales.

Las operaciones elementales a una matriz son de intercambio de filas, operación producto escalar por fila, producto escalar por fila y suma a otra fila, suma o resta de filas.

El método de gauss jordan consiste en crear la matriz aumentada entre la matriz original y los valores numéricos independientes de la ecuación y de llevar la matriz original a matriz identidad a través de operaciones de reducción entre renglones; es decir, la matriz de la izquierda de la matriz aumentada deberá terminar como la matriz identidad y los valores de cada variable del lado derecho con los que se aumentó la matriz serán los valores respectivos de cada incógnita.

Propiedades:

- Si al terminar de reducir la matriz aumentada se obtiene que toda una fila está compuesta por ceros entonces, la ecuación tendrá infinitas soluciones.
- Si al terminar de reducir la matriz aumentada se obtiene que toda una fila excepto el valor aumentado son todos cero, entonces la ecuación no tendrá solución, será una ecuación indeterminada.

$$\begin{cases} x+y+z = 4 \\ -x+2y+3z = 17 \\ 2x-y = -7 \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 4 \\ -1 & 2 & 3 & 17 \\ 2 & -1 & 0 & -7 \end{array}\right]$$

Matriz Aumentada

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 4 \\ -1 & 2 & 3 & 17 \\ 2 & -1 & 0 & -7 \end{array}\right]$$

Mf1(-2)+f3

Mf1(1)+f2

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & 3 & 4 & 21 \\ 0 & -3 & -2 & -15 \end{array}\right]$$

Mf2(1/3)

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 4/3 & 7 \\ 0 & -3 & -2 & -15 \end{array}\right]$$

Mf2(-1)+f1

Mf2(3)+f3

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1/3 & -3 \\ 0 & 1 & 4/3 & 7 \\ 0 & 0 & 2 & 6 \end{array}\right]$$

Mf3(1/2)

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1/3 & -3 \\ 0 & 1 & 4/3 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{array}\right]$$

Mf3(3/4)+f2

Mf3(1/3)+f1

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{array}\right]$$

Como resultado final se puede concluir que la incógnita x = -2; y = 3; z = 3;

Se puede verificar esto comprobando dichos valores en la ecuación original.

Convenciones:

Mfx(valor): Multiplicar la fila x por un valor
Mfx(valor) + filax2 : Multiplicar la fila x por un valor y sumarlo a la filax2
fx ↔ fx2: Intercambiar la fila x con la fila x2